

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 № 23.4

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Математические методы моделирования физических процессов

*название дисциплины*

для студентов направлению подготовки:

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

профиль:

Эксплуатация атомных энергетических станций

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОПОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Коды компетенций | Наименование компетенции                                                                                                                                                     | Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1             | Способен к участию в разработке методов прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик | З-ПК-1 Знать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик<br>У-ПК-1 Уметь разрабатывать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик<br>В-ПК-1 Владеть методами прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик. |
| ПК-2             | Способен к участию в проведении физического и численного эксперимента, к подготовке соответствующих экспериментальных стендов                                                | З-ПК-2 Знать методы проведения физического и численного эксперимента, и подготовки соответствующих экспериментальных стендов.<br>У-ПК-2 Уметь проводить физический и численный эксперимент, подготовить соответствующие экспериментальные стенды<br>В-ПК-2 Владеть методами проведения физического и численного эксперимента и подготовки соответствующих экспериментальных стендов.                                                                                                                |

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках профессионального модуля, дисциплины по выбору.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Дифференциальные и интегральные уравнения

- Численные методы

Дисциплины и/или практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- Измерительные системы на АЭС
- Расчетное обеспечение эксплуатации АЭС

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

**3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с**

преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

| Вид работы                                             | Форма обучения (вносятся данные по реализуемым формам) |            |            |         |     |       |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------|------------|---------|-----|-------|
|                                                        | Очная                                                  |            |            | Заочная |     |       |
|                                                        | Семестр                                                |            |            | Курс    |     |       |
|                                                        | № 5                                                    | № 6        | Всего      | № _     | № _ | Всего |
|                                                        | Количество часов на вид работы:                        |            |            |         |     |       |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателем</b>  |                                                        |            |            |         |     |       |
| <b>Аудиторные занятия (всего)</b>                      | 48                                                     | 48         |            |         |     |       |
| В том числе:                                           |                                                        |            |            |         |     |       |
| лекции<br>(в интерактивной форме)                      | 16<br>(16)                                             | 16<br>(16) |            |         |     |       |
| практические занятия<br>(в интерактивной форме)        | 16<br>(16)                                             | 16<br>(16) |            |         |     |       |
| лабораторные занятия                                   |                                                        |            |            |         |     |       |
| <b>Промежуточная аттестация</b>                        |                                                        |            |            |         |     |       |
| В том числе:                                           |                                                        |            |            |         |     |       |
| зачет                                                  | 0                                                      | -          | 0          |         |     |       |
| экзамен                                                | -                                                      | 36         | 36         |         |     |       |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>              |                                                        |            |            |         |     |       |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>      | 76                                                     | 40         | 116        |         |     |       |
| В том числе:                                           |                                                        |            |            |         |     |       |
| проработка учебного материала                          | 28                                                     | 10         | 38         |         |     |       |
| подготовка отчетов по индивидуальным домашним заданиям | 20                                                     | 10         | 30         |         |     |       |
| подготовка к зачету                                    | 28                                                     | -          | 28         |         |     |       |
| подготовка к экзамену                                  | -                                                      | 20         | 20         |         |     |       |
| <b>Всего (часы):</b>                                   | <b>108</b>                                             | <b>108</b> | <b>236</b> |         |     |       |
| <b>Всего (зачетные единицы):</b>                       | <b>3</b>                                               | <b>3</b>   | <b>6</b>   |         |     |       |

**4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

| №<br>п/п  | Наименование раздела /темы<br>дисциплины                      | Виды учебной работы в часах (вносятся данные по реализуемым формам) |           |     |        |           |                        |    |     |        |     |
|-----------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------|-----|--------|-----------|------------------------|----|-----|--------|-----|
|           |                                                               | Очная форма обучения                                                |           |     |        |           | Заочная форма обучения |    |     |        |     |
|           |                                                               | Лек                                                                 | Пр        | Лаб | Внеауд | СРО       | Лек                    | Пр | Лаб | Внеауд | СРО |
| <b>1.</b> | <b>Методы поиска корней трансцендентных уравнений</b>         | <b>4</b>                                                            | <b>4</b>  |     |        | <b>16</b> |                        |    |     |        |     |
| 1.1.      | Простейшие методы поиска корней трансцендентных уравнений     | 2                                                                   | 2         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| 1.2.      | Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений         | 2                                                                   | 2         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| <b>2.</b> | <b>Простейшие методы минимизации</b>                          | <b>4</b>                                                            | <b>4</b>  |     |        | <b>16</b> |                        |    |     |        |     |
| 2.1.      | Простейшие методы минимизации функций одной переменных        | 2                                                                   | 2         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| 2.2.      | Минимизация функций нескольких переменных                     | 2                                                                   | 2         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| <b>3.</b> | <b>Аппроксимация и интерполяция</b>                           | <b>4</b>                                                            | <b>4</b>  |     |        | <b>24</b> |                        |    |     |        |     |
| 3.1.      | Интерполяционный многочлен Лагранжа                           | 1                                                                   | 1         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| 3.2.      | Одномерные кубические сплайны. Двумерные линейные сплайны     | 1                                                                   | 1         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| 3.3.      | Понятие о методе наименьших квадратов                         | 2                                                                   | 2         |     |        | 8         |                        |    |     |        |     |
| <b>4.</b> | <b>Численное интегрирование и численное дифференцирование</b> | <b>4</b>                                                            | <b>4</b>  |     |        | <b>20</b> |                        |    |     |        |     |
| 4.1.      | Численное интегрирование                                      | 2                                                                   | 2         |     |        | 10        |                        |    |     |        |     |
| 4.2.      | Численное дифференцирование                                   | 2                                                                   | 2         |     |        | 10        |                        |    |     |        |     |
|           | <b>Итого за 5 семестр:</b>                                    | <b>16</b>                                                           | <b>16</b> |     |        | <b>76</b> |                        |    |     |        |     |
| <b>5.</b> | <b>Решение систем линейных уравнений</b>                      | <b>4</b>                                                            | <b>4</b>  |     |        | <b>12</b> |                        |    |     |        |     |

|      |                                                                                     |           |           |  |  |            |  |  |  |  |  |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|--|--|------------|--|--|--|--|--|
| 5.1. | Метод Гаусса и его применения                                                       | 1         | 1         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 5.2. | Итерационные методы решения систем линейных уравнений                               | 1         | 1         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 5.3. | Метод прогонки                                                                      | 2         | 2         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 6.   | <b>Численные методы решения интегральных уравнений</b>                              | <b>2</b>  | <b>2</b>  |  |  | <b>4</b>   |  |  |  |  |  |
| 6.1. | Использование квадратурных формул для решения интегральных уравнений                | 2         | 2         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 7.   | <b>Методы вращения</b>                                                              | <b>2</b>  | <b>2</b>  |  |  | <b>4</b>   |  |  |  |  |  |
| 7.1. | Использование методов вращения для диагонализации матрицы                           | 2         | 2         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 8.   | <b>Простейшие разностные схемы</b>                                                  | <b>4</b>  | <b>4</b>  |  |  | <b>4</b>   |  |  |  |  |  |
| 8.1. | Метод итерации источника для решения одномерного односкоростного уравнения диффузии | 4         | 4         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 9.   | <b>Численные методы решения задачи Коши</b>                                         | <b>4</b>  | <b>4</b>  |  |  | <b>12</b>  |  |  |  |  |  |
| 9.1. | Простейшие методы                                                                   | 2         | 2         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 9.2. | Общий подход к построению методов Рунге-Кутты                                       | 1         | 1         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
| 9.3. | Неявные методы и разложение в ряд Тейлора                                           | 1         | 1         |  |  | 4          |  |  |  |  |  |
|      | <b>Итого за 6 семестр:</b>                                                          | <b>16</b> | <b>16</b> |  |  | <b>40</b>  |  |  |  |  |  |
|      |                                                                                     |           |           |  |  |            |  |  |  |  |  |
|      | <b>Всего:</b>                                                                       | <b>32</b> | <b>32</b> |  |  | <b>116</b> |  |  |  |  |  |

Прим.: Лек – лекции, Пр – практические занятия / семинары, Лаб – лабораторные занятия, Внеауд – внеаудиторная работа, СРО – самостоятельная работа обучающихся

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

### Лекционный курс

| №    | Наименование раздела /темы дисциплины                         | Содержание                                                                                                                                                                                                                      |
|------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.   | <b>Методы поиска корней трансцендентных уравнений</b>         |                                                                                                                                                                                                                                 |
| 1.1. | Простейшие методы поиска корней трансцендентных уравнений     | Простейшие методы решения трансцендентных уравнений: метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод парабол, метод касательных (Ньютона), метод секущих, метод Рыбакова для поиска всех корней уравнения на заданном отрезке. |
| 1.2. | Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений         | Построение итерационного метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.                                                                                                                                                |
| 2.   | <b>Простейшие методы минимизации</b>                          |                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2.1. | Простейшие методы минимизации функций одной переменных        | Метод «золотого сечения» и метод парабол.                                                                                                                                                                                       |
| 2.2. | Минимизация функций нескольких переменных                     | Метод покоординатного спуска. Метод наискорейшего (градиентного) спуска.                                                                                                                                                        |
| 3.   | <b>Аппроксимация и интерполяция</b>                           |                                                                                                                                                                                                                                 |
| 3.1  | Интерполяционный многочлен Лагранжа                           | Проблемы, возникающие при аппроксимации функций. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа.                                                                                                                              |
| 3.2  | Одномерные кубические сплайны. Двумерные линейные сплайны     | Одномерные линейные и кубические сплайны. Двумерные линейные сплайны.                                                                                                                                                           |
| 3.3. | Понятие о методе наименьших квадратов                         | Понятие о методе наименьших квадратов. Взвешенный метод наименьших квадратов.                                                                                                                                                   |
| 4.   | <b>Численное интегрирование и численное дифференцирование</b> |                                                                                                                                                                                                                                 |
| 4.1. | Численное интегрирование                                      | Простейшие методы численного интегрирования: методы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Численное интегрирование с использованием метода Монте-Карло. Вычисление многомерных интегралов.         |
| 4.2. | Численное дифференцирование                                   | Разностные аппроксимации первых и вторых производных. Погрешность аппроксимации. Метод неопределенных коэффициентов.                                                                                                            |
| 5.   | <b>Решение систем линейных уравнений</b>                      |                                                                                                                                                                                                                                 |

|      |                                                                                     |                                                                                                                                                            |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.1. | Метод Гаусса и его применения                                                       | Построение расчетных формул для метода Гаусса. Построение обратной матрицы с помощью метода Гаусса.                                                        |
| 5.2. | Итерационные методы решения систем линейных уравнений                               | Общий подход к построению итерационных методов решения систем линейных уравнений. Методы простой итерации и Зейделя. Методы релаксации.                    |
| 5.3. | Метод прогонки                                                                      | Построение правой и левой прогонки. Встречная прогонка.                                                                                                    |
| 6.   | <b>Численные методы решения интегральных уравнений</b>                              |                                                                                                                                                            |
| 6.1. | Использование квадратурных формул для решения интегральных уравнений                | Сведение интегрального уравнения к системе линейных уравнений с использованием квадратурных формул. Постоянный и переменный верхние пределы.               |
| 7.   | <b>Методы вращения</b>                                                              |                                                                                                                                                            |
| 7.1. | Использование методов вращения для диагонализации матриц                            | Итерационный алгоритм Якоби для диагонализации вещественной симметричной матрицы.                                                                          |
| 8.   | <b>Простейшие разностные схемы</b>                                                  |                                                                                                                                                            |
| 8.1. | Метод итерации источника для решения одномерного односкоростного уравнения диффузии | Метод итерации источника для решения простейшего одномерного одногруппового уравнения диффузии.                                                            |
| 9.   | <b>Численные методы решения задачи Коши</b>                                         |                                                                                                                                                            |
| 9.1. | Простейшие методы                                                                   | Задачи, приводящие к задаче Коши. Выгорание топлива. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.                                                              |
| 9.2. | Общий подход к построению методов Рунге-Кутты                                       | Методы Рунге-Кутты 2-го порядка. Общий подход к построению методов Рунге-Кутты. Применение методов Рунге-Кутты для решения системы уравнений 1-го порядка. |
| 9.3. | Неявные методы и разложение в ряд Тейлора                                           | Неявные методы решения задачи Коши. Решение задачи Коши с помощью ряда Тейлора. Метод матричной экспоненты.                                                |

### *Практические работы*

| №  | Наименование раздела /темы дисциплины                 | Содержание |
|----|-------------------------------------------------------|------------|
| 1. | <b>Методы поиска корней трансцендентных уравнений</b> |            |

|      |                                                               |                                                                                                                        |
|------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1. | Простейшие методы поиска корней трансцендентных уравнений     | Метод деления отрезка пополам. Метод хорд. Метод парабол. Метод касательных (Ньютона). Метод секущих. Метод Рыбакова.  |
| 1.2. | Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений         | Построение итерационного метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.                                       |
| 2.   | <b>Простейшие методы минимизации</b>                          |                                                                                                                        |
| 2.1. | Простейшие методы минимизации функций одной переменной        | Метод «золотого сечения» и метод парабол.                                                                              |
| 2.2. | Минимизация функций нескольких переменных                     | Метод покоординатного спуска. Метод наискорейшего (градиентного) спуска.                                               |
| 3.   | <b>Аппроксимация и интерполяция</b>                           |                                                                                                                        |
| 3.1  | Интерполяционный многочлен Лагранжа                           | Построение интерполяционного многочлена Лагранжа.                                                                      |
| 3.2  | Одномерные кубические сплайны. Двумерные линейные сплайны     | Одномерные линейные сплайны. Одномерные кубические сплайны Двумерные линейные сплайны.                                 |
| 3.3. | Понятие о методе наименьших квадратов                         | Метод наименьших квадратов. Взвешенный метод наименьших квадратов.                                                     |
| 4.   | <b>Численное интегрирование и численное дифференцирование</b> |                                                                                                                        |
| 4.1. | Численное интегрирование                                      | Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Вычисление многомерных интегралов. |
| 4.2. | Численное дифференцирование                                   | Разностные аппроксимации первых и вторых производных. Погрешность аппроксимации. Метод неопределенных коэффициентов.   |
| 5.   | <b>Решение систем линейных уравнений</b>                      |                                                                                                                        |
| 5.1. | Метод Гаусса и его применения                                 | Построение обратной матрицы с помощью метода Гаусса.                                                                   |
| 5.2. | Итерационные методы решения систем линейных уравнений         | Методы простой итерации и Зейделя. Методы релаксации.                                                                  |
| 5.3. | Метод прогонки                                                | Построение правой и левой прогонки. Встречная прогонка.                                                                |
| 6.   | <b>Численные методы решения интегральных уравнений</b>        |                                                                                                                        |

|      |                                                                                     |                                                                                                                                              |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6.1. | Использование квадратурных формул для решения интегральных уравнений                | Сведение интегрального уравнения к системе линейных уравнений с использованием квадратурных формул. Постоянный и переменный верхние пределы. |
| 7.   | <b>Методы вращения</b>                                                              |                                                                                                                                              |
| 7.1. | Использование методов вращения для диагонализации матриц                            | Итерационный алгоритм Якоби для диагонализации вещественной симметричной матрицы.                                                            |
| 8.   | <b>Простейшие разностные схемы</b>                                                  |                                                                                                                                              |
| 8.1. | Метод итерации источника для решения одномерного односкоростного уравнения диффузии | Метод итерации источника для решения простейшего одномерного одногруппового уравнения диффузии.                                              |
| 9.   | <b>Численные методы решения задачи Коши</b>                                         |                                                                                                                                              |
| 9.1. | Простейшие методы                                                                   | Задачи, приводящие к задаче Коши. Выгорание топлива. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.                                                |
| 9.2. | Общий подход к построению методов Рунге-Кутты                                       | Общий подход к построению методов Рунге-Кутты. Применение методов Рунге-Кутты для решения системы уравнений 1-го порядка.                    |
| 9.3. | Неявные методы и разложение в ряд Тейлора                                           | Неявные методы решения задачи Коши. Решение задачи Коши с помощью ряда Тейлора. Метод матричной экспоненты.                                  |

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**  
Не имеются.

**6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине**

| № п/п                                    | Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам) | Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка | Наименование оценочного средства |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| <b>Текущий контроль, 5 семестр</b>       |                                                                   |                                                                   |                                  |
| 1.                                       | Методы поиска корней трансцендентных уравнений                    | ПК-1, ПК-2<br>владеть                                             | Индивидуальное домашнее задание  |
| 2.                                       | Простейшие методы минимизации                                     | ПК-1, ПК-2<br>владеть                                             | Индивидуальное домашнее задание  |
| 3.                                       | Аппроксимация и интерполяция                                      | ПК-1, ПК-2<br>знать                                               | Доклад                           |
| 4.                                       | Численное интегрирование и численное дифференцирование            | ПК-1, ПК-2<br>знать                                               | Доклад                           |
| <b>Промежуточный контроль, 5 семестр</b> |                                                                   |                                                                   |                                  |

|  |       |       |                  |
|--|-------|-------|------------------|
|  | Зачет | ПК-15 | Вопросы к зачету |
|--|-------|-------|------------------|

|                                          |                                                 |                    |                                 |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------|
| Всего:                                   |                                                 |                    |                                 |
| <b>Текущий контроль, 6 семестр</b>       |                                                 |                    |                                 |
| 5.                                       | Решение систем линейных уравнений               | ПК-1, ПК-2 владеть | Индивидуальное домашнее задание |
| 6.                                       | Численные методы решения интегральных уравнений | ПК-1, ПК-2 уметь   | Индивидуальное домашнее задание |
| 7.                                       | Методы вращения                                 | ПК-1, ПК-2 уметь   | Доклад                          |
| 8.                                       | Простейшие разностные схемы                     | ПК-1 уметь         | Коллоквиум                      |
| 9.                                       | Численные методы решения задачи Коши            | ПК-15              | Коллоквиум                      |
| <b>Промежуточный контроль, 6 семестр</b> |                                                 |                    |                                 |
|                                          | Экзамен                                         | ПК-15              | Экзаменационный билет           |
| Всего:                                   |                                                 |                    |                                 |

**6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **6.2.1. Зачет 5 семестр**

а) типовые вопросы:

1. Поиск корней трансцендентных уравнений. Метод деления отрезка пополам и метод хорд.
2. Поиск корней трансцендентных уравнений. Метод Ньютона. Метод секущих.
3. Поиск корней трансцендентных уравнений. Многомерный метод Ньютона.
4. Поиск корней трансцендентных уравнений. Метод парабол. Исключение уже найденных корней.
5. Метод Рыбакова поиска всех корней уравнения на заданном отрезке.
6. Поиск минимума одномерных функций. Метод “золотого сечения”.
7. Поиск минимума одномерных функций. Метод парабол.
8. Поиск минимума многомерных функций. Метод покоординатного спуска.
9. Поиск минимума многомерных функций. Метод наискорейшего (градиентного) спуска.
10. Интерполяция. Построение интерполяционного полинома Лагранжа.
11. Интерполяция. Одномерные кубические сплайны.
12. Интерполяция. Одномерные и двумерные линейные сплайны.
13. Простейшие методы численного интегрирования. Методы прямоугольников, трапеций и Симпсона.
14. Метод Монте –Карло для численного интегрирования. Оценка погрешности.
15. Метод Гаусса численного интегрирования.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В критерии оценки знаний по экзамену входят:

1. уровень освоения студентом материала, предусмотренного учебной программой;
2. полнота и правильность ответа, степень осознанности, понимания изученного;
3. обоснованность, четкость, краткость изложения ответа;
4. ответы на дополнительные вопросы.

в) описание шкалы оценивания:

На зачете задается 2 вопроса. Максимальная сумма баллов за ответ на один вопрос - 20 баллов.

15-20 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- полно раскрывает содержание теоретических вопросов.

8-14 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.

1-7 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- раскрывает содержание не всех теоретических вопросов
- ответил на один из двух вопросов.

0 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- имеет пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, не может дать четкого определения основных понятий;
- не может разобраться в конкретной ситуации;
- не может успешно продолжать дальнейшее обучение в связи с недостаточным объемом знаний.

### **6.2.2. Экзамен 6 семестр**

а) типовые вопросы:

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
2. Построение обратной матрицы с помощью метода Гаусса.
3. Метод прогонки.
4. Метод итерации источника для решения одномерного одногруппового уравнения диффузии.
5. Общий подход для построения двухступенчатых итерационных методов для решения систем линейных уравнений. Метод простой итерации.
6. Методы Зейделя и релаксации. Запись методов в матричном виде.
7. Численное решение интегральных уравнений.
8. Принцип построения методов вращения для диагонализации матриц.
9. Итерационный метод вращений для диагонализации симметричной матрицы.
10. Поиск максимального и минимального собственного значения матрицы.
11. Итерационный метод для поиска собственных векторов матрицы.
12. Метод Галеркина решения краевых задач.
13. Численное решение задачи Коши. Метод касательных (Эйлера).
14. Численное решение задачи Коши. Примеры методов Рунге – Кутты. Общий подход к построению методов Рунге – Кутты.
15. Неявные методы решения задачи Коши.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В критерии оценки знаний по экзамену входят:

1. уровень освоения студентом материала, предусмотренного учебной программой;
2. полнота и правильность ответа, степень осознанности, понимания изученного;
3. обоснованность, четкость, краткость изложения ответа;
4. ответы на дополнительные вопросы.

в) описание шкалы оценивания:

В экзаменационный билет входит 2 вопроса. Максимальная сумма баллов за ответ на один вопрос билета - 20 баллов.

15-20 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- полно раскрывает содержание теоретических вопросов билета.

8-14 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.

1-7 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- раскрывает содержание не всех теоретических вопросов
- ответил на один из двух вопросов билета.

0 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- имеет пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, не может дать четкого определения основных понятий;
- не может разобраться в конкретной ситуации;
- не может успешно продолжать дальнейшее обучение в связи с недостаточным объемом знаний.

### **6.2.3. Индивидуальное домашнее задание №1**

а) типовые задания - образец:

Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона

Найти корень системы уравнений

$$\operatorname{tg}(xy+k) = x^2$$

$$\alpha x^2 + 2y^2 = 1$$

$$x > 0, y > 0, \alpha = 0.5, k = 0.1$$

методом Ньютона с точностью 0.001.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

25-30 баллов:

- правильное выполнение индивидуального домашнего задания в соответствии с методикой, корректное применение полученных знаний на практике, своевременная сдача отчета, правильные ответы на вопросы во время защиты индивидуального домашнего задания.

18-24 баллов:

- правильное выполнение индивидуального домашнего задания в соответствии с методикой, хорошее знание теоретической базы, в целом

верная постановка целей и задач, решение основных задач, своевременная сдача отчета.

10-17 баллов:

- слабое знание теории, несвоевременное выполнение работы, несвоевременная защита работы, незнание ответов на вопросы преподавателя.

0 баллов:

- невыполнение работы.

в) описание шкалы оценивания:

18-30 баллов – индивидуальное домашнее задание зачтено;

0-17 баллов – отчет отдается на доработку.

в) описание шкалы оценивания:

12-20 баллов – индивидуальное домашнее задание зачтено;

0-11 баллов – отчет отдается на доработку.

#### **6.2.4. Индивидуальное домашнее задание №2**

а) типовые задания - образец:

Нахождение обратной матрицы методом Гаусса.

Найти обратную матрицу для матрицы

$$\begin{pmatrix} 24.21+\alpha & 2.42 & 3.85 \\ 2.31 & 31.49 & 1.52 \\ 3.49 & 4.85 & 28.72+\alpha \end{pmatrix}$$

С использованием метода Гаусса при  $\alpha=0.2$ .

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

25-30 баллов:

- правильное выполнение индивидуального домашнего задания в соответствии с методикой, корректное применение полученных знаний на практике, своевременная сдача отчета, правильные ответы на вопросы во время защиты индивидуального домашнего задания.

18-24 баллов:

- правильное выполнение индивидуального домашнего задания в соответствии с методикой, хорошее знание теоретической базы, в целом верная постановка целей и задач, решение основных задач, своевременная сдача отчета.

10-17 баллов:

- слабое знание теории, несвоевременное выполнение работы, несвоевременная защита работы, незнание ответов на вопросы преподавателя.

0 баллов:

- невыполнение работы.

в) описание шкалы оценивания:

18-30 баллов – индивидуальное домашнее задание зачтено;

0-17 баллов – отчет отдается на доработку.

### 6.2.5. Доклад

а) типовые задания (вопросы) - образец:

1. Метод деления отрезка пополам.
2. Метод Рыбакова.
3. Метод «золотого сечения».
4. Метод по координатного спуска.
5. Метод градиентного спуска.
6. Одномерные кубические сплайны.
7. Двумерные линейные сплайны.
8. Взвешенный метод наименьших квадратов.
9. Метод Симпсона.
10. Метод неопределенных коэффициентов.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

| Показатели оценки                      | Критерии оценки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Баллы (max) |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1. Новизна информации                  | - актуальность проблемы и темы;<br>- новизна и самостоятельность в постановке проблемы, в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы;<br>- наличие авторской позиции, самостоятельность суждений.                                                                                                                        | 6           |
| 2. Степень раскрытия сущности проблемы | - полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы;<br>- обоснованность способов и методов работы с материалом;<br>- умение работать с литературой, систематизировать и структурировать материал;<br>- умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы. | 10          |
| 3. Обоснованность выбора источников    | - круг, полнота использования литературных источников по проблеме;<br>- привлечение новейших работ по проблеме (журнальные публикации, материалы сборников научных трудов и т.д.).                                                                                                                                                         | 6           |
| 4. Соблюдение требований к оформлению  | - грамотность и культура изложения;<br>- владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы;<br>- соблюдение требований к объему доклада.                                                                                                                                                                                              | 6           |
| 5. Грамотность                         | - литературный стиль.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 2           |

- в) описание шкалы оценивания:  
18-30 баллов доклад считается сданным  
0-17 баллов доклад отдается на доработку

#### **6.2.6. Коллоквиум**

а) типовые вопросы - образец:

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
2. Построение обратной матрицы с помощью метода Гаусса.
3. Метод прогонки.
4. Метод итерации источника для решения одномерного одногруппового уравнения диффузии.
5. Общий подход для построения двухступенчатых итерационных методов для решения систем линейных уравнений. Метод простой итерации.
6. Методы Зейделя и релаксации. Запись методов в матричном виде.
7. Численное решение интегральных уравнений.
8. Принцип построения методов вращения для диагонализации матриц.
9. Итерационный метод вращений для диагонализации симметричной матрицы.
10. Поиск максимального и минимального собственного значения матрицы.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В критерии оценки знаний по коллоквиуму входят:

1. уровень освоения студентом материала, предусмотренного учебной программой;
2. полнота и правильность ответа, степень осознанности, понимания изученного;
3. обоснованность, четкость, краткость изложения ответа;
4. ответы на дополнительные вопросы.

в) описание шкалы оценивания:

- Каждому студенту задается 2 вопроса в произвольном порядке из списка вопросов к коллоквиуму. Каждый вопрос оценивается от 0 до 15 баллов.
- 10-15 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который :
- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
  - полно раскрывает содержание теоретических основ вопроса.
- 6-9 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:
- допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.
- 1-5 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:
- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
  - раскрывает содержание не всех теоретических основ вопроса;
- 0 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:
- имеет пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, не может дать четкого определения основных понятий;
  - не обладает достаточным объемом знаний.

### **6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

#### **5 Семестр**

| Вид контроля               | Этап рейтинговой системы<br>Оценочное средство | Балл    |          |
|----------------------------|------------------------------------------------|---------|----------|
|                            |                                                | Минимум | Максимум |
| Текущий                    | <b>Контрольная точка № 1</b>                   |         |          |
|                            | Индивидуальное домашнее задание №1             | 18      | 30       |
|                            | <b>Контрольная точка № 2</b>                   |         |          |
|                            | Доклад                                         | 18      | 30       |
| Промежуточный              | <b>Зачет</b>                                   |         |          |
|                            | Зачет                                          | 24      | 40       |
| <b>ИТОГО по дисциплине</b> |                                                | 60      | 100      |

#### **6 Семестр**

| Вид контроля               | Этап рейтинговой системы<br>Оценочное средство | Балл    |          |
|----------------------------|------------------------------------------------|---------|----------|
|                            |                                                | Минимум | Максимум |
| Текущий                    | <b>Контрольная точка № 1</b>                   |         |          |
|                            | Индивидуальное домашнее задание №2             | 18      | 30       |
|                            | <b>Контрольная точка № 2</b>                   |         |          |
|                            | Коллоквиум                                     | 18      | 30       |
| Промежуточный              | <b>Экзамен</b>                                 |         |          |
|                            | Экзамен                                        | 24      | 40       |
| <b>ИТОГО по дисциплине</b> |                                                | 60      | 100      |

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

Устный опрос проводится на каждом практическом занятии и затрагивает как тематику прошедшего занятия, так и лекционный материал. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде зачета/экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Зачет/экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений приводить примеры практического использования знаний (например, выполнение лабораторных работ), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на зачете/экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на зачете/экзамене.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### ***а) основная учебная литература:***

1. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. ЛАНЬ, Москва, 2011.
2. Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. Численные методы в задачах и упражнениях. ЛАНЬ, Москва, 2010.
3. Г.И. Марчук. Методы вычислительной математики. ЛАНЬ, Москва, 2009.
4. Численные методы : Учеб. пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - 2-е изд. - М. : Наука. Физматлит : Лаборатория Базовых Знаний; СПб. : Невский Диалект, 2002. - 632 с.

### ***б) дополнительная учебная литература:***

1. Н.Н. Калиткин. Численные методы. Наука, Москва, 1978.
2. У.Г. Пирумов. Численные методы. Дрофа, Москва, 2003.
3. Л.И. Турчак, П.В.Плотников. Основы численных методов. Физматлит. Москва, 2002 г.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины**

1. Научная электронная библиотека [Электронный ресурс] URL: <http://elibrary.ru> (Дата обращения: 10.05.2020).
2. Библиотека численного анализа НИВЦ МГУ: [Электронный ресурс] URL: [http://num-anal.srcc.msu.ru/lib\\_na/libnal.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/lib_na/libnal.htm) (Дата обращения: 10.05.2020).

3. Электронно-библиотечная система НИЯУ МИФИ": [Электронный ресурс] URL: [www.library.mephi.ru](http://www.library.mephi.ru) (Дата обращения: 10.05.2020).
4. Библиотека численного анализа НИВЦ МГУ: [Электронный ресурс] URL: [http://num-anal.srcc.msu.ru/lib\\_na/libnal.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/lib_na/libnal.htm) (Дата обращения: 10.05.2020).

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

| Вид учебных занятий             | Организация деятельности студента                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекция                          | Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. |
| Практические занятия            | Группе задаётся определенная проблема для обсуждения и студенты по очереди высказывают предложения. Затем проходит обсуждение высказанных предложений с целью определить наиболее сильные и слабые решения. По результатам работы по конкретной проблеме группа представляет презентацию по заранее определённом формату.                                                                                                                                                            |
| Индивидуальное домашнее задание | При выполнении индивидуального домашнего задания следует внимательно изучить материалы лекций, посвященные непосредственно полученному заданию, приветствуется изучение дополнительной литературы. В ходе решения допускает использование математических программ типа MathCAD. В ходе защиты работы студент должен продемонстрировать навыки владения теоретическими знаниями и умение применять и на практике.                                                                     |
| Доклад                          | Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 7 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. При подготовке ознакомиться со структурой и оформлением доклада.                                                                                                                                                                                                                         |
| Коллоквиум                      | При подготовке к коллоквиуму необходимо ориентироваться на материал лекционных занятий, изучить ответы к контрольным вопросам. Важно понимать базовые аспекты элементов курса.                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Подготовка к зачету/экзамену    | При подготовке к зачету/экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, материал практических занятий, рекомендуемую литературу и интернет источники. Важно добиться понимания изучаемой дисциплины.                                                                                                                                                                                                                                                                        |

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

**10.1. Перечень информационных технологий**

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Интерактивное общение с помощью программы skype.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

**10.2. Перечень программного обеспечения**

- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Лекционные и практические занятия:

Учебная аудитория на 20 мест с мультимедийным оборудованием, программное обеспечение для компьютерных презентаций. Доска.

**12. Иные сведения и (или) материалы**

**12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

| №<br>пп | Наименование темы<br>дисциплины                           | Вид занятий<br>(лекция,<br>семинары,<br>практические<br>занятия) | Количество<br>ак. ч. | Наименование активных и<br>интерактивных форм проведения<br>занятий |
|---------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1.      | Простейшие методы поиска корней трансцендентных уравнений | лекции                                                           | 4                    | лекция-беседа, мозговой штурм                                       |
| 2.      | Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений     | лекции                                                           | 4                    | лекция-беседа                                                       |
| 3.      | Простейшие методы минимизации функций одной переменной    | лекции                                                           | 4                    | лекция-беседа, мозговой штурм                                       |
| 4.      | Минимизация функций нескольких переменных                 | лекции                                                           | 4                    | лекция-беседа, мозговой штурм                                       |

|     |                                                                                     |        |   |                               |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|--------|---|-------------------------------|
| 5.  | Интерполяционный многочлен Лагранжа                                                 | лекции | 2 | лекция-беседа, мозговой штурм |
| 6.  | Одномерные кубические сплайны. Двумерные линейные сплайны                           | лекции | 2 | лекция-беседа                 |
| 7.  | Понятие о методе наименьших квадратов                                               | лекции | 4 | лекция-беседа                 |
| 8.  | Численное интегрирование                                                            | лекции | 4 | лекция-беседа                 |
| 9.  | Численное дифференцирование                                                         | лекции | 4 | лекция-беседа                 |
| 10. | Метод Гаусса и его применения                                                       | лекции | 2 | лекция-беседа                 |
| 11. | Итерационные методы решения систем линейных уравнений                               | лекции | 2 | лекция-беседа                 |
| 12. | Метод прогонки                                                                      | лекции | 4 | лекция-беседа, мозговой штурм |
| 13. | Использование квадратурных формул для решения интегральных уравнений                | лекции | 4 | лекция-беседа                 |
| 14. | Использование методов вращения для диагонализации матриц                            | лекции | 4 | лекция-беседа                 |
| 15. | Метод итерации источника для решения одномерного односкоростного уравнения диффузии | лекции | 8 | лекция-беседа, мозговой штурм |
| 16. | Простейшие методы                                                                   | лекции | 4 | лекция-беседа, мозговой штурм |
| 17. | Общий подход к построению методов Рунге-Кутты                                       | лекции | 2 | лекция-беседа                 |
| 18. | Неявные методы и разложение в ряд Тейлора                                           | лекции | 2 | лекция-беседа                 |

Программу составил:

В.В. Колесов, к.ф.-м.н., доцент отд. ЯФиТ

Рецензент:

Р.В. Фомин, ст. преподаватель отд. ЯФиТ